Abordagens da metodologia de resolução de problemas: valores da matemática que as permeiam

Methodological approaches to the solution of problems: mathematical values that permeate them

Maria Ogécia Drigo*
Paulo dos Santos**

* Profa. do Programa de Mestrado em Comunicação e Cultura e colaboradora do Programa de Mestrado em Educação da UNISO.
e-mail: maria.drigo@uniso.br

** Mestre em Educação pela UNISO.
e-email: paulo.santos@uniso.br

Resumo

Busca-se relatar, de modo resumido, algumas abordagens da metodologia de resolução de problemas no ensino de matemática – metodologia proposta por Polya, modelagem matemática e formulação de problemas – e avaliar se, ao aplicá-las, se contemplam os valores utilitário, formativo, social, cultural e estético da matemática, especificados por D'Ambrósio (1993). Das análises emergiu a conjetura de que, independente das características dessa metodologia, os valores da matemática se apresentam com maior ou menor intensidade devido ao contexto construído pelo professor, a partir do texto do problema – quer ele seja, à primeira vista, matemático ou não. A relevância deste estudo está no fato de que ele indica a importância da busca de referenciais teóricos para o professor, no caso de matemática, principalmente para o (re)pensar na e sobre a sua prática nas salas de aula.

Palavras-chave

Educação matemática. Resolução de problemas. Valores da matemática.

Abstract

Intend to expose, abbreviated, some approaches of the Resolution of Problems methodology in the mathematics teaching – as proposed by Polka, mathematical modeling and formulation of problems – and to evaluate if its contemplate the utilitarian, formative, social, cultural and esthetic values of mathematics specified by D'Ambrósio (1993). Our analysis made to emerge the idea that, independently of the specificities of Resolution of Problems methodology, the values of the mathematics come with higher or lower intensity, depending of the context built by the teacher and by the text of the own problem – does not matter if it is, in the beginning, mathematical or not. The relevance of this research is in the fact that it indicates the importance of the theoretical search of references, for the mathematic teacher, mainly with respect to re-building of his practice in the classrooms.

Key words

Mathematical education. Resolution of problems. Values of the mathematic.

1 Por que resolução de problemas?

O cenário educacional está permeado de novos temas que instigam os professores, de modo geral, a (re)pensar na e sobre suas ações em aula. Discute-se ensino por projetos e situações-problema, resolução de problemas, formação de professores, parâmetros e diretrizes curriculares e a relação entre conhecimento, competência e habilidade entre outros assuntos.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais se propõe que a "Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente" (BRASIL, 1999, p.40).

Quanto ao ensino de matemática, menciona-se que este "deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculado ao domínio de um saber fazer Matemática e um saber pensar matemático" (BRASIL, 1999, p.94) e se enfatiza a importância de uma prolongada atividade sobre resolução de problemas de diversos tipos.

Mas, se ressalta que

> [...] a abordagem de conceitos, idéias e métodos sob a perspectiva da Resolução de Problemas – ainda bastante desconhecida da grande maioria – quando é incorporada, aparece como um item isolado, desenvolvido paralelamente como uma aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos. (p. 21-22).

Também menciona-se que:

> A matemática, em seu papel formativo contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais (p.82)

Assim, em concordância com a possibilidade de a matemática ter o caráter formativo mencionado, certamente, se entende a resolução de problemas como "fazer matemática". Mas há de se privilegiar também no ensino de matemática, o seu caráter instrumental, pelo qual tal disciplina deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas de conhecimento, assim como para a atividade profissional (BRASIL, 1999, p.82). No entanto, ao enfatizar o caráter instrumental, talvez a maior preocupação – por parte do professor – seja a aplicação de algoritmos. Neste caso, as idéias matemáticas ou os tipos de raciocínio envolvidos no "fazer matemática" ficam menosprezados, porque se ensina via algoritmo, ou seja, por meio de um conjunto de passos a serem seguidos pelos alunos, como o executar de uma receita.

O método de resolução de problemas pode se apresentar, portanto, sob diferentes metodologias de ensino. O que as diferencia são as concepções que as subsidiam e as que predominam na sua aplicação.

As idéias de Perrenoud, que também permeiam o cenário educacional, sugerem que se criem situações amplas e abertas de aprendizagem que demandam resolução de problemas.

> As situações de aprendizagem, onde os exercícios clássicos, que apenas exigem a operacionalização de um procedimento conhecido, permanecem úteis, mas não são mais o início e o fim do trabalho em aula, como tampouco a aula magistral. Organizar e dirigir situações de aprendizagem é manter um espaço justo para tais procedimentos. É, sobretudo, despender energia e tempo e dispor das competências profissionais necessárias para imaginar e criar outros tipos de situações de aprendizagem, que as didáticas contemporâneas encaram como situações amplas, abertas, carregadas de sentido e de regulação, as quais requerem um método de pesquisa, de identidade e de resolução de problemas. (PERRENOUD, 2000, p. 25-26)

Assim, saber sobre resolução de problemas seria conveniente para melhor se situar neste cenário. A seguir, um breve panorama da resolução de problemas como campo de investigação da educação matemática.

2 Um breve histórico da metodologia de resolução de problemas

Enquanto campo de pesquisa em educação matemática[1], a Resolução de Problemas (abreviadamente RP), para Fiorentini (1994, p. 187-188) se iniciou de forma sistemática, sob a influência das idéias de G. Polya, por volta de 1960, nos Estados Unidos. O mesmo autor menciona que as experiências mais significativas e realizadas antes desta data, entre 1896 e 1904, foram realizadas por J. Dewey, o qual concebia que a prática pedagógica centrada em projetos contribuiria para o desenvolvimento do espírito crítico dos estudantes capacitando-os a contribuir para o desenvolvimento de uma sociedade democrática.

Na década de 50, para Fiorentini (p.188), Bloom e Broder questionavam as pesquisas até então desenvolvidas por enfatizarem os resultados obtidos com as soluções, em lugar de valorizar os processos implícitos nas resoluções criativas dos problemas. Eles pesquisaram esses processos, analisando as resoluções de alunos bem sucedidos. Com base em suas pesquisas, defenderiam que o ensino de resolução de problemas deveria centrar-se no ensino de estratégias para a resolução, pois acreditavam que os hábitos adquiridos na resolução poderiam ser alterados ou aprimorados por uma adequada formação e prática. Para Fiorentini (p.189):

> [...] o período que vai de 1962 a 1972, segundo Fernandes (1992), corresponderia àquele que marcaria a transição de uma metodologia de investigação de natureza quantitativa para uma mais qualitativa. Post e Kilpatrick (1968) analisaram os processos utilizados pelos estudantes enquanto resolviam os problemas e Wilson (1968) e Smith (1973) seriam os pioneiros na investigação dos efeitos de diferentes tipos de heurística na capacidade dos alunos para a RP. Greeno (1978) estudou tanto os processos cognitivos envolvidos na compreensão e solução de problemas como as implicações desses resultados na elaboração de programas de ensino. O papel da metacognição, por sua vez, foi estudado por Paper e Shoenfeld.

Em 1980, segundo Onuchic (1999, p. 204), é editada, nos Estados Unidos, uma publicação do *NCTM– National Council of Teachers of Mathematics* a qual mencionava que a resolução de problemas deveria ser o foco da matemática escolar para os anos 80 e enfatizava que os educadores deveriam concentrar seus esforços para desenvolver nos estudantes a habilidade de resolver problemas; e, ainda, que a Resolução de Problemas aplica a matemática ao mundo real, atendendo a teoria e a prática das ciências atuais e emergentes, bem como resolvem questões que ampliam as fronteiras da própria matemática e que era preciso preparar os indivíduos com problemas que eles enfrentariam nas suas carreiras.

Na metade da década de 80, resolução de problemas passa a ser um assunto abordado em congressos internacionais e foi também nesta época que, no Brasil, os estudos relacionados ao ensino de resolução de problemas – em dissertações e teses, somente – se iniciaram. Ao analisar quatorze trabalhos, Fiorentini (1994, p. 184-241) classifica-os em diferentes modalidades, a saber:

– os que investigam habilidades e estratégias cognitivas de sujeitos frente à RP em diferentes contextos;
– os que investigam aspectos relacionados à aprendizagem de resolução de problemas aritméticos restritos à adição e à subtração;
– os que focalizam o ensino e a RP como método de ensino de matemática, utilizando ou não o computador;
– os que ensinam estratégias para contribuir para melhorar o desempenho dos alunos na RP e
– os que trabalham a metacognição na RP.

A partir de 1990, para Onuchic (1999, p. 214), as dissertações e teses foram desenvolvidas para a sala de aula e em sala de aula. A autora analisa diversos trabalhos e, como exemplo, um deles teve como objetivo principal apresentar uma proposta de trabalho para a sala de aula visando ao ensino/aprendizagem de números complexos – via resolução de problemas – com compreensão e significado, para o ensino médio. A resolução de problemas, então, como uma metodologia de ensino passa a ser o enfoque das pesquisas em educação matemática, no Brasil. Por outro lado, tal enfoque reflete uma tendência de reação às receitas prontas e decoradas, com um conhecimento a ser obtido por rotina a caracterizar os estudantes como participantes ativos e os problemas como instrumentos precisos e bem definidos, numa coordenação complexa simultânea de atividades.

Para Onuchic (p. 210), os estudos e as pesquisas em resolução de problemas sofreram também influências de teorias construtivistas que, em anos recentes, foram bem recebidas na Educação Matemática e que indicam que se trabalhem os conceitos e os procedimentos matemáticos em termos de resolução de problemas.

Segundo D'Ambrosio (1993, p. 13-19), se ensina matemática nas escolas com intensidade e universalidade – em todos os anos de escolaridade, no mundo todo e a mesma matemática, praticamente – por que ela é útil, possui uma beleza intrínseca, ajuda a pensar com clareza e a raciocinar melhor e, como linguagem, exibe nossas raízes sociais e culturais. Mas, que valores da matemática se contemplam nas aulas? E a metodologia de resolução de problemas pode dar conta dos valores: utilitário, fomativo, estético, social e cultural? A seguir, os valores da matemática.

3 Os valores da matemática

Para D'Ambrósio (1993, p.13-14), a matemática é uma ciência dotada de uma beleza intrínseca pela sua construção lógica, formal; é universal – qualquer cultura tem uma linguagem para medir, calcular, ordenar, inferir etc.; ajuda a pensar com clareza e a raciocinar melhor; também faz parte de nossas raízes culturais e nos é útil.

A matemática está presente nas atividades mais rotineiras da nossa vida. Ela nos auxilia na resolução de problemas simples do nosso cotidiano – contas no supermercado, cálculos com juros, cálculos de áreas de regiões etc. Segundo Davis (1995, p. 87), é útil aquilo que satisfaz uma necessidade humana e a partir disto ele explica como cada pessoa, em sua ocupação diária, pode justificar a utilidade da matemática. Para um pedagogo, a matemática é útil porque ensina a pensar e raciocinar com rigor; para um arquiteto, por permitir a percepção e a criação da beleza visual; para um filósofo ela é útil na medida que permite escapar à realidade da vida cotidiana; já para um professor, porque fornece o sustento; para um editor, por possibilitar vender muitos livros didáticos; segundo um astrônomo ou um físico, por ser a linguagem da ciência, enquanto que para um engenheiro civil a matemática é indispensável para construir uma ponte, por exemplo. Ainda, para um matemático, ela é útil dentro da própria matemática, pois um corpo matemático é útil quando aplicável a um outro corpo matemático.

Qual a utilidade da matemática no dia-a-dia? Segundo Davis (1995, p.89), há toda uma problemática em torno desta questão, com conseqüências para os ambientes escolares. Para o autor, a resposta desta questão está envolta em mito, ignorância, desinformação e confusão. Alguns exemplos de utilidade comum são claros, no entanto, quando ascendemos à matemática mais elevada, torna-se mais difícil observar e verificar essas aplicações. Seria interessante que algum investigador enérgico e instruído dedicasse alguns anos a essa tarefa, visitando algumas empresas, laboratórios, fábricas, etc., a fim de documentar onde realmente isso acontece.

Assim, se enfatizarmos que o ensino da matemática deve estar voltado para as aplicações no nosso cotidiano, nos limitaremos a ensinar as operações fundamentais, noções de geometria plana e, no máximo, números inteiros relativos. Quanto às outras aplicações, por outro lado, corre-se o risco de ensinarmos a utilização de algoritmos.

Para Santaló (1994, p.38-39), a matemática tem se constituído sempre como parte importante de todo sistema educativo. Menciona que nas civilizações egípcias e mesopotâmicas se ensinavam os cálculos necessários para repartir as colheitas, dividir terrenos, pagar e cobrar impostos e entender o movimento dos astros para construir o calendário. Deste modo, tratava-se de um ensino utilitário, em que um número reduzido de pessoas (escribas) aprendia a matemática como uma das técnicas manuais, como um artesão e, portanto, o raciocínio não era o fim primeiro. Enfatiza, ainda, que, na Grécia, a matemática se desenvolveu com seus aspectos bem definidos: 1º como técnica – ferramenta útil para a vida, 2º como necessária para a formação intelectual destinada a ordenar o conhecimento, desenvolver a inteligência e chegar ao conhecimento da verdade. O ensino de geometria era o segundo em ordem de importância; seguiam a geometria do espaço ou dos sólidos, a astronomia e a música. Essas regras prevaleceram durante muito tempo – por toda a Idade Média –, e constituíram o *Quadrivium*, para o bem pensar (aritmética, geometria, astronomia e música), que junto com o *Trivium*, para o bem dizer (gramática, retórica e dialética), formaram os pilares de toda educação.

Para D'Ambrósio (1993, p. 45), desde este período a matemática funciona como um filtro – que tipo de cidadão se deseja formar; logo, a partir disto, se determina a matemática que se deve ensinar.

O valor utilitário é o mais enfocado na nossa sociedade – imediatista e voltado para o consumismo – pois tem a capacidade de trabalhar em situações muito próximas da realidade do educando e tal ensino tem como conseqüência a frustração do aluno questionador e criativo, com evidente prejuízo para a formação das futuras gerações que caminham na sua formação escolar sem conhecer a história da matemática, por exemplo, segundo D'Ambrósio (p.35).

Quanto aos outros valores da matemática, o cultural e o social, podem se fazer presentes nas aulas quando resgatamos, por exemplo, as origens de idéias matemáticas. Elas exibem o movimento social e cultural de uma época.

O valor formativo, vinculado aos tipos de raciocínio que o fazer matemático propicia, estão sempre presentes quando se enfatiza a construção de conhecimentos matemáticos – na obtenção de uma lei, ou ao se constatar a adequação de um modelo matemático a uma situação real, ou ao se elaborar uma demonstração. Ao se formular um problema, por exemplo, também se contribui para a aquisição de atitudes cuja utilidade pode ultrapassar as fronteiras da própria matemática, desenvolvendo hábitos de investigação e propiciando a construção de olhares científicos para a realidade. O valor estético está sempre presente quando se trata de outros valores, mas ele pode ser percebido de diferentes modos pelos alunos. Sim, pois há alunos que ficam admirados diante de uma demonstração, e outros, ao constatar a aplicabilidade dos assuntos matemáticos, por exemplo.

Mas, em que medida a resolução de problemas pode contemplar tais valores? Tentar-se-á explicitar o movimento dos valores na relação texto/contexto por meio de exemplos.

4 Resolução de Problemas e os valores da matemática

4.1 Resolução de problemas, segundo G. Polya

Nas salas de aula o professor não está envolvido com matemáticos; logo, ele precisa orientar o aluno na tarefa de resolver problemas. Assim, para facilitar a tarefa do aluno e também a do professor, G. Polya (1978) elaborou uma seqüência de passos para a resolução de problemas, a saber: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto. A seguir, alguns exemplos a partir dos quais se discutem os valores da matemática que os permeiam.

Na quinta série do ensino fundamental, usualmente, se propõe o ensino de regiões poligonais e suas áreas. Considere o seguinte problema: Qual a quantidade de diagonais de um eneágono convexo?

Admitindo que o professor não demonstrou a fórmula para a quantidade de diagonais de polígonos convexos – o que o tornaria um problema rotineiro na classificação de Polya – pois para resolvê-lo bastaria o aluno substituir "n" por 9 e efetuar os cálculos com a fórmula: $D_n = \dfrac{n(n-3)}{2}$, – onde n indica a quantidade de lados do polígono e D_n, a quantidade de diagonais – tal problema busca regularidades, padrões de repetição..., procedimentos presentes na generalização, um tipo de raciocínio – que junto com a abstração – predomina na matemática.

Ao resolver o problema seguindo os passos propostos, no primeiro passo se buscam os dados e a incógnita e, em seguida, no segundo passo, se elabora um plano para resolução. Os alunos podem sugerir que se construa um polígono convexo de 9 lados e que se tracem as diagonais. Assim, está resolvido o problema.

Mas se o professor observar atentamente o quarto passo verá que poderá propor um novo problema ou conduzir os alunos a propor esse novo problema, perguntando aos alunos: Quantas diagonais tem um polígono de 10 lados? E de 20 lados? O problema alvo é o seguinte: Qual a quantidade de diagonais de um polígono convexo de n lados, onde n é um número natural maior do que ou igual a 3?

No passo da elaboração do plano, ao sugerir que os alunos construam polígonos convexos de 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 lados ,e encontrem regularidades no modo como traçou e fez a contagem das diagonais, que coloquem os resultados obtidos em uma tabela, o professor auxilia o aluno na busca da "fórmula" ou da regra geral. Neste caso, sendo sutilmente conduzido, o aluno experimentará o prazer da descoberta. Ele verá esta fórmula final como uma construção sua. Problemas deste tipo – e assim conduzidos – podem incutir nos alunos o gosto pelo raciocínio independente. Por outro lado, é o "fazer matemático" que está presente. Neste tipo de problema predominam os valores formativo e estético.

Problemas de demonstração também podem estar presentes nas aulas do ensino fundamental. Por exemplo, tomando como ponto de partida o Teorema de Pitágoras e as propriedades de triângulos eqüiláteros, o professor pode propor o seguinte problema: Expressar a altura de um triângulo eqüilátero em função da medida do lado, dada por l unidades? Antes deste problema, também o professor pode solicitar que o aluno calcule a altura de um triângulo eqüilátero cuja medida do lado é 5 cm, por exemplo, e, em seguida, solicitar que repita o procedimento para triângulos cujos lados medem l unidades. Estes procedimentos podem ser contemplados no 4º passo proposto por Polya. Deste modo, a generalização e a abstração podem ser resgatadas. Logo, o valor formativo, principalmente, pode ser contemplado desde as séries iniciais. Este valor também está imbricado com o valor estético, pois, afinal, se valer de propriedades e teoremas para construir novos resultados no qual as idéias se conectam com uma certa sintonia, com coerência... é admirável.

Os valores utilitário, social e cultural também podem se fazer presentes. Outro exemplo: Uma pessoa depositou uma quantia de R$ 1.000,00 em um banco que lhe pagará 10% de juros ao final de cada ano. Se os juros forem creditados semestralmente, qual a quantia que esta pessoa terá ao final de 3 anos?

Ao fazer o retrospecto, o professor poderá propor que os alunos verifiquem o que ocorre com a quantia se os juros forem creditados em intervalos de tempo cada vez menores: três meses, dois meses, um mês, uma semana, um dia, uma hora, de minuto a minuto...

Este problema foi proposto, no século XVII, pelo matemático Jacques Bernoulli, da seguinte maneira:

> [...] como cresceria um depósito bancário ao longo do tempo se os juros, ao invés de serem creditados anualmente ou semestralmente, o fossem em intervalos de tempo cada vez menores, até que os acréscimos pudessem ser considerados instantâneos e sobre eles, imediatamente, também incidissem as mesmas taxas de juros? (GARBI, 1997, p.103).

Ao resolver este problema você conduz o aluno a descobrir o número "e". Euler continuou as pesquisas com esse número. As funções que envolvem o número e = 2,7182818284..., por ele estudadas, são importantes na Física e na Engenharia. Portanto, a utilidade da matemática também se faz presente.

Assim, ao buscar a história da matemática pode-se elaborar problemas que possibilitam resgatar o quanto as descobertas matemáticas podem estar atreladas às necessidades do meio. Por outro lado, no contexto, ao se mencionar as transformações da sociedade neste século, por exemplo, vêm à tona especificidades sociais e culturais. Por outro lado, o retorno à origem histórica de diversos conceitos matemáticos evitará que se reforce a crença de caráter "gratuito" aos descobrimentos, caráter este que causa prejuízos ao entendimento do "fazer" desta ciência.

Por outro lado, o valor utilitário é amplamente contemplado em problemas do dia-a-dia, que envolvem contas no supermercado, cálculos com juros, cálculos de áreas de regiões planas, cálculo de volumes, etc. Também o valor utilitário é enfatizado na modelagem matemática, um tipo de resolução de problemas que se comenta a seguir.

4.2 Modelagem matemática

A modelagem matemática consiste em transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, via técnicas matemáticas, interpretando as suas soluções na linguagem não matemática e possível de ser compreendida por não matemáticos ou não cientistas, de modo geral. O problema real é uma parte da realidade e aplicar a modelagem matemática é refletir sobre esta parte da realidade.

> A Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2002, p.24)

A modelagem matemática, quando transposta para o ensino, deve seguir as etapas: partir de uma situação real – visualizada a partir de dados coletados – fontes bibliográficas, entrevistas ou resultados de experimentos; formular um problema observando-se os dados; construir um modelo matemático para interpretar a situação real; testar o modelo, ou seja, constatar se o modelo é adequado ou não, por meio de uma ação no real; caso o modelo não seja adequado deve-se buscar um outro modelo.

Assim, a relação matemática pura e matemática aplicada vem à tona quando se aplica este método, logo, o valor formativo é contemplado por apresentar especificidades da construção desse conhecimento na relação matemática pura x matemática aplicada. Também se contempla o valor utilitário por possibilitar a solução de um problema real. O valor estético emerge na discussão da coerência do modelo. O valor social também transparece ao se valer de um conhecimento matemático para ler, interpretar uma situação do real, resolvê-la e, deste modo, propiciar uma intervenção diferenciada no meio. Esta ação está imbricada ao valor cultural, uma vez que a mudança de ação ou a ação que os conhecimentos desencadearam foram modificadas ou (re)significadas pelos envolvidos, ou seja, o conhecimento matemático pode interferir no entendimento de uma situação real, o que leva os envolvidos a modificar as suas ações e, futuramente, a modificar hábitos.

A maneira como o professor se valerá da modelagem matemática depende da sua concepção de matemática, de como ele vê a relação entre matemática pura e aplicada, por exemplo. Por outro lado, a possibilidade de contemplar outros valores, além do utilitário, está atrelada às situações estudadas e à ênfase que o professor dará às discussões que envolvem a adequação ou não do modelo encontrado.

4.3 Formulação de problemas

Ao formular um problema se constata como alguns valores da matemática, provavelmente não apresentados nas outras abordagens, emergem sem dificuldades. A situação que se relata é hipotética; no entanto, pode ser adaptável (tem sintonia com o meio) a inúmeras salas de aula.

O professor vai desenvolver o conceito de função para uma 8ª série do ensino fundamental. Ele tem clareza de que tal conceito precisa emergir de uma situação da realidade do aluno, significativa para, pelo menos, a maior parte dos alunos da sala. Ele não tem idéia de como a tarefa se dará... qual o problema que poderá vir nas discussões com os alunos, ou seja, não conhece exatamente os caminhos; no entanto, o delinear dos caminhos será guiado pelo conceito ou pelo assunto que almeja trabalhar.

Mas, por conhecer o bairro em que a escola está localizada, pergunta aos alunos: "Qual o preço de uma casa neste bairro?"

Certamente os alunos vão responder que depende de onde a casa está localizada... se está próxima à escola, ou nas ruas mais distantes ou ainda, na "favelinha" que fica do outro lado da estrada. Outro questionamento: mas qual é o tamanho da casa?

O professor ciente de toda esta problemática já constata se o assunto despertou o interesse ou não. Assim que percebe certo interesse da classe lança a pergunta: Em média, qual o custo de um imóvel residencial no bairro?

Como o professor conhece o bairro, propõe então que os alunos se dividam em grupos – grupos dos que moram na parte A (cercanias da escola e mais próximo às ruas de comércio); parte B (um pouco mais distante da escola e só residências) e parte C (do outro lado da estrada e com residências precárias – "favelinha" do bairro), para facilitar a busca por informações. Trata-se de um pequeno bairro cortado por uma estrada.

Esses grupos vão descobrir o preço por m^2 do terreno, a área que predomina para os terrenos e o preço por m^2 da construção, bem como a área média construída em cada local. Todos os alunos vão procurar saber desses valores com os familiares – se são pedreiros ou empregados da construção civil – ou em construtoras com sede no bairro. O professor deve orientar os alunos na realização da tarefa, auxiliando-os a delinear os caminhos a serem seguidos e aprendendo com eles a superar os obstáculos que aparecerem.

Nas aulas, de posse dos dados, o professor deverá orientar para que os grupos construam tabelas e exprimam os seguintes valores, para cada uma das partes do bairro: a)o preço, por m^2, do terreno; b) a área média do terreno; c) o preço, por m^2, de construção (material e mão-de-obra) e d) a área média das casas (a área construída). Isto pode ser feito na lousa, pelos alunos e pelo professor, em parceria.

As tabelas com os dados constituem o ponto de partida para os alunos elaborarem uma "fórmula" ou uma "expressão algébrica" para o custo do imóvel em cada uma das partes do bairro. Se fixadas as medidas das áreas do terreno e do imóvel residencial, o custo do imóvel dependerá de duas variáveis: o preço (por m^2) do terreno e o preço (por m^2) do imóvel residencial.

Assim, os alunos podem obter expressões do tipo $C(x, y) = ax + by$, uma função de duas varáveis, onde **a** indica a área média do terreno e **b** a área construída média, respectivamente, para cada parte do bairro. As letras **x** e **y**, as variáveis, indicam os possíveis preços por m^2 do terreno e da construção (material e mão-de-obra). A função, para o imóvel da "favelinha", pode ser expressa por: C(y) = 30y, uma função linear, uma vez que os proprietários constroem suas casas nesses terrenos, sem pagar por eles, pois eles se apropriam dos terrenos.

O que há de novo nestas conversas, nos prováveis encontros e desencontros entre os alunos e o professor? O professor, guiado pelo objetivo que pretende alcançar, deve propor uma discussão que conduza ao entendimento do conceito de função. É este objetivo que vai fazer prevalecer os encontros. O aluno se envolve, dá sugestões, procura dados e o professor com sutileza seleciona os elementos necessários.

O problema não forneceu dado algum. Eles foram construídos, obtidos de situações reais. Não havia assunto matemático para aplicar. Ele foi descoberto pelo aluno, sob a orientação do professor. O professor não sabia a resposta do problema. Diversas respostas foram encontradas pelos alunos.

Neste caso, o aluno percebe que o professor não conhece a resposta. O interesse, por parte do aluno, em fazer do problema um problema seu, pode ser maior, uma vez que ele tem liberdade de procurar as respostas por caminhos que delineia. O professor desencadeia toda a situação-problema.

Mas as atividades envolvendo funções não necessariamente precisam ser concluídas ao se encontrar a expressão para a função. Faz-se necessário ainda que o professor proponha tarefas aplicando o resultado encontrado, como atribuir outros valores para as variáveis, por exemplo. Esse movimento de casos particulares para o abstrato (a fórmula para o custo do imóvel em geral) e depois da fórmula para uma outra situação particular é importante para que o aluno atribua significados ao conceito de função e perceba o movimento de particulares para uma expressão geral e o movimento inverso também.

Por outro lado, a tarefa do aluno não pode parar na simples constatação, ou seja, efetuar os cálculos e verificar o custo de um imóvel em cada uma das partes do bairro. Este nível de linguagem é adequado até a 4ª ou 5ª séries do ensino fundamental. Nas outras séries a sistematização – obtenção da fórmula, no caso – e depois as aplicações são imprescindíveis. Exige-se um maior grau de complexidade nas maneiras de representar ou mesmo interpretar resultados. Se isto não for realizado com cuidado, o aluno não avança no entendimento da linguagem matemática. O professor deve conduzir o aluno na sistematização dos dados. São esses momentos que possibilitam que o aluno incorpore a matemática como linguagem.

Para Mendonça (1999, p.24), na operacionalização da formulação de problemas, o professor deve cuidar para: 1. auxiliar o aluno na compreensão do contexto; 2. assegurar o desencadeamento do processo e 3. rever a utilização de conhecimentos "prévios", pelos alunos.

O aluno auxiliará no desencadear do processo se participar das discussões envolvendo o contexto. Quanto a assegurar o desencadeamento do processo, Mendonça (p.25-27) sugere os seguintes procedimentos: 1. flagrar situações do contexto escolar ou de um contexto mais amplo; 2. convocar os alunos para a escolha de "temas geradores"; 3. partir de um assunto(ou tema ou mesmo pergunta) previamente escolhido e 4. partir de um modelo matemático conhecido. Segundo Mendonça (1999, p.25):

> [...] o professor/a deve estar atento, na sala de aula, para flagrar situações que começam a se revelar significativas para os alunos/as, ou seja, para perceber que certas relações e particularidades do mundo físico-social passam a prender a atenção dos alunos/as. A partir desta evidência, o professor/a deve procurar participar da conversa sobre a situação, provavelmente já iniciado pelos alunos/as, e aproveitá-la como o diálogo que pode encaminhar a formulação de problemas.

Neste caso, se requer, por parte do professor, o gosto pela troca de idéias com os alunos e um olhar refinado para fazer uma leitura matematizada da situação que se apresenta capaz de prever as suas potencialidades. As situações que podem gerar perguntas interessantes também precisam abarcar alguns conhecimentos já trabalhados com os alunos e ainda avançar, possibilitar a construção de novos conceitos ou novos olhares para conceitos já trabalhados.

O problema que se explicitou permite tratar do valor formativo, pois colocou os alunos diante de uma situação nova, conduzindo-os a tomar atitudes investigativas e a interpretar cientificamente a realidade. Também se mostrou a matemática como uma linguagem que permite interpretar situações do meio, ou seja, se exibe seu valor social e cultural. O valor estético também emerge na coerência entre a expressão matemática e a situação que ela permite interpretar, a situação que ela codifica.

O contexto – construído pelas discussões realizadas nas aulas, que se sustentaram em dados reais – ampliou as possibilidades de se contemplar os diversos valores da matemática –, o que nos conduz a conjeturar sobre a sua relevância. A seguir, algumas considerações a esse respeito.

5 Considerações finais

Os valores da matemática podem ser contemplados nas aulas e esta possibilidade existe pelo contexto que se constrói por meio da expansão do texto do problema ou mesmo ao se formular um problema, ou seja, ao se apresentar um problema aberto – sem dados e aparentemente sem as características do que se convenciona denominar problema matemático. As metodologias de resolução de problemas – as que mencionamos – podem não trazer contribuições significativas para a aprendizagem de matemática, no entanto, com problemas e com o contexto que eles geram ou têm o potencial para gerar – e isto pode ser desenvolvido pelo professor – são criadas situações propícias para suscitar a aprendizagem. Sim, pois deste modo, nas aulas estão presentes os diversos valores da matemática. Também se propicia, nestas aulas, a instauração de uma movimentação diferenciada – onde os alunos participam com suas idéias matemáticas, com suas experiências de vida, com suas reflexões – o que pode despertar no aluno o interesse por esse conhecimento ou uma certa curiosidade que o impele a se interessar e, então, com esse envolvimento. O processo de ensino/ aprendizagem pode se iniciar e se realizar... A experiência futura ajudará a validar ou não esta conjetura, isto porque, para Maturana (2001, p.267):

> O conhecimento do conhecimento obriga. Obriga-nos a assumir uma atitude de permanente vigília contra a tentação da certeza, a reconhecer que nossas certezas não são provas de verdade, como se o mundo que cada um vê fosse **o mundo** e não **um mundo** que construímos juntamente com os outros. Ele nos obriga, porque ao saber que sabemos não podemos negar que sabemos.

Nota

[1] Para saber sobre pesquisa em Educação Matemática ver Fiorentini (1994, p. 1-25).

Referências

BASSANEZI, Rodney C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias – Ensino Médio. Brasília: MEC/SEMT, 1999.

_____. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática 5ª a 8ª série. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática*: arte ou técnica de explicar e conhecer. 2.ed. São Paulo: Ática 1993.

DAVIS, Philip J.; HERSH, Reuben, *A experiência matemática*. 6.ed. Lisboa: Gradiva, 1995.

FIORENTINI, D., *Rumos da pesquisa brasileira em educação matemático*: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação. 1994. Tese (Doutorado), Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1994.

GARBI, Gilberto G. *O romance das equações algébricas*. São Paulo: Makron Books, 1997.

MATURANA, H. R.; VARELA, F. J. *A árvore do conhecimento*: as bases da compreensão humana; tradução: Humberto Mariotti e Lia Diskin. São Paulo: Palas Athena, 2001.

MENDONÇA, Maria do Carmo. Resolução de problemas pede (re)formulação. In: ABRANTES et al. (Orgs.). *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa: APM, 1999. p.15-33.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-aprendizagem da matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida V. et al. *Pesquisa em educação matemática*: concepções & perspectivas. São Paulo: Ed. Unesp, 1999. (Seminários & Debates). p. 199-218.

PERRENOUD, Philippe. *Dez novas competências para ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SANTALÓ, Luiz A. Capítulo 1. In: HOIZ, Victor Garcia. *Enseñanza de la matemáticas en la educación intermed.* Madrid: Rialp, 1994.

Recebido em 23 de março de 2007.
Aprovado para publicação em 11 de maio de 2007.